まとめテスト

数　学

時間：50分

クラス　　No.　　名前

点 /100

1 次の問いに答えなさい。 〈２点×８〉

(1) 次の式を展開しなさい。

① $(2x+3)^3$

$(2x+3)^3$
$=(2x)^3+3\times(2x)^2\times3+3\times2x\times3^2+3^3$
$=8x^3+36x^2+54x+27$

$8x^3+36x^2+54x+27$

② $(x-4)(x^2+4x+16)$

x^3-64

(2) 次の式を因数分解しなさい。

① x^3-27

$x^3-27=x^3-3^3$
$=(x-3)(x^2+x\times3+3^2)$
$=(x-3)(x^2+3x+9)$

$(x-3)(x^2+3x+9)$

② $x^3-3x^2y-10xy^2$

$x(x+2y)(x-5y)$

(3) 次の計算をしなさい。

① $(\sqrt{7}-1)^2$

$(\sqrt{7}-1)^2=7-2\sqrt{7}+1=8-2\sqrt{7}$

$8-2\sqrt{7}$

② $(\sqrt{2}-3\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{5})$

$(\sqrt{2}-3\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{5})$
$=\sqrt{2}\times\sqrt{2}+\sqrt{2}\times\sqrt{5}-3\sqrt{5}\times\sqrt{2}-3\sqrt{5}\times\sqrt{5}$

$-13-2\sqrt{10}$

(4) 次の式の分母を有理化して，簡単にしなさい。

① $\dfrac{9}{\sqrt{18}}$

$\dfrac{9}{\sqrt{18}}=\dfrac{9}{3\sqrt{2}}=\dfrac{3}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

$\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

② $\dfrac{3+\sqrt{8}}{3-\sqrt{8}}$

$\dfrac{(3+\sqrt{8})^2}{(3-\sqrt{8})(3+\sqrt{8})}=\dfrac{9+6\sqrt{8}+8}{3^2-(\sqrt{8})^2}=\dfrac{17+12\sqrt{2}}{9-8}=17+12\sqrt{2}$

$17+12\sqrt{2}$

2 次の２次方程式を解きなさい。 〈３点×４〉

(1) $3x^2-2x-5=0$

$x=-1,\ \dfrac{5}{3}$

(2) $16x^2-8x+1=0$

$x=\dfrac{1}{4}$

(3) $2x^2-11x+15=0$

$2x^2-11x+15=0$
$(2x-5)(x-3)=0$
$x=\dfrac{5}{2},\ 3$

$$\boxed{\begin{array}{ccccc} 2 & \times & -5 & \longrightarrow & -5 \\ 1 & & -3 & \longrightarrow & -6 \\ \hline 2 & & 15 & & -11 \end{array}}$$

$x=\dfrac{5}{2},\ 3$

(4) $(x+2)(x+3)=-2x+1$

$(x+2)(x+3)=-2x+1$
$x^2+5x+6=-2x+1$
$x^2+7x+5=0$　解の公式より，
$x=\dfrac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times1\times5}}{2\times1}=\dfrac{-7\pm\sqrt{29}}{2}$

$x=\dfrac{-7\pm\sqrt{29}}{2}$

3 次の不等式，連立不等式を解きなさい。 〈３点×４〉

(1) $2x+3>4x-5$

$x<4$

(2) $\dfrac{3x-1}{2}<\dfrac{2x+1}{3}$

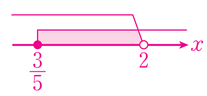
$\dfrac{3x-1}{2}<\dfrac{2x+1}{3}$　$3(3x-1)<2(2x+1)$
$9x-3<4x+2$　$5x<5$　$x<1$

$x<1$

(3) $\begin{cases} 2x-6<5x+1 \\ -x+5\geqq2(x+2) \end{cases}$

$-\dfrac{7}{3}<x\leqq\dfrac{1}{3}$

(4) $\begin{cases} -3(x-1)\leqq2x \\ -(x+2)>2(x-4) \end{cases}$

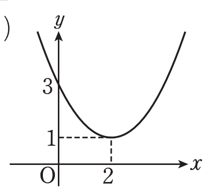


$-3(x-1)\leqq2x$ より，$x\geqq\dfrac{3}{5}$　…①
$-(x+2)>2(x-4)$ より，$x<2$　…②
①，②の共通範囲は，
$\dfrac{3}{5}\leqq x<2$

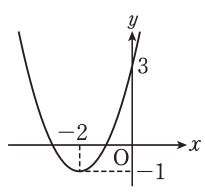
$\dfrac{3}{5}\leqq x<2$

4 下の放物線は，次の(ア)から(エ)のどの関数のグラフであるか答えなさい。 〈３点×４〉

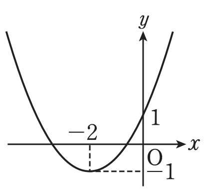
(1)



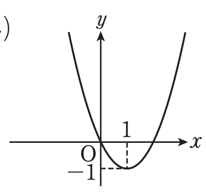
(2)



(3)



(4)



(ア) $y=x^2-2x$

(イ) $y=\dfrac{1}{2}x^2+2x+1$

(ウ) $y=x^2+4x+3$

(エ) $y=\dfrac{1}{2}x^2-2x+3$

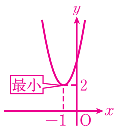
(1) **(エ)**
(2) **(ウ)**
(3) **(イ)**
(4) **(ア)**

(ア)　$y=x^2-2x=(x-1)^2-1$　頂点の座標が(1，−1)だから，(4)のグラフ
(イ)　$y=\dfrac{1}{2}x^2+2x+1=\dfrac{1}{2}(x+2)^2-1$　頂点の座標が(−2，−1)，y 軸との交点が(0，1)だから，(3)のグラフ
(ウ)　$y=x^2+4x+3=(x+2)^2-1$　頂点の座標が(−2，−1)，y 軸との交点が(0，3)だから，(2)のグラフ
(エ)　$y=\dfrac{1}{2}x^2-2x+3=\dfrac{1}{2}(x-2)^2+1$　頂点の座標が(2，1)だから，(1)のグラフ

5 次の関数の最大値，最小値を求めなさい。 〈３点×４〉

(1) $y=2x^2+4x+4$

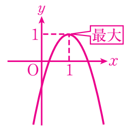
$y=2x^2+4x+4$
$=2(x+1)^2+2$
よって，$x=-1$ で最小値 2 をとる。最大値はない。



最大値 なし　　$x=-1$ のとき 最小値 2

(2) $y=-2x^2+4x-1$

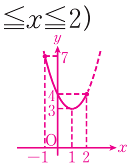
$y=-2x^2+4x-1$
$=-2(x-1)^2+1$
よって，$x=1$ で最大値 1 をとる。最小値はない。



$x=1$ のとき 最大値 1　　最小値 なし

(3) $y=x^2-2x+4$ $(-1\leqq x\leqq 2)$

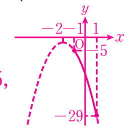
$y=x^2-2x+4$
$=(x-1)^2+3$
よって，$x=-1$ で最大値 7，$x=1$ で最小値 3 をとる。



$x=-1$ のとき 最大値 7　　$x=1$ のとき 最小値 3

(4) $y=-3x^2-12x-14$ $(-1\leqq x\leqq 1)$

$y=-3x^2-12x-14$
$=-3(x+2)^2-2$
よって，$x=-1$ で最大値-5，$x=1$ で最小値-29 をとる。



$x=-1$ のとき 最大値 -5　　$x=1$ のとき 最小値 -29

6 次の２次関数のグラフと x 軸との共有点があるかどうか調べなさい。また，共有点があれば，その x 座標を求めなさい。〈３点×２〉

(1) $y=3x^2+7x+2$

$y=0$ を代入して，$3x^2+7x+2=0$ より，
$(3x+1)(x+2)=0$　$x=-\frac{1}{3},\ -2$

共有点がある　$x=-2,\ -\frac{1}{3}$

(2) $y=-x^2-x-2$

$-x^2-x-2=0$ で，
$D=(-1)^2-4\times(-1)\times(-2)=1-8=-7<0$
より，共有点はない。

共有点はない

7 次の各問いに答えなさい。 〈３点×４〉

(1) 大小２つの正の整数がある。その差は４で，大きい数の平方は，小さい数の平方の３倍よりも６大きい。この２つの数を求めなさい。

大きい整数を x とすると小さい整数は $x-4$ と表せる。よって $x^2=3(x-4)^2+6$　展開して整理すると，$x^2-12x+27=0$　左辺を因数分解して，$(x-3)(x-9)=0$　$x=3,\ 9$
ここで，$x=3$ とすると，$x-4=-1$ となり，小さい整数は負の数になるので，$x=3$ は問題に適していない。
したがって，大きい数は９，小さい数は５

小さい数 5，大きい数 9

(2) １本150円のボールペンと１本80円の鉛筆をあわせて10本買い，合計金額が1200円以下で，ボールペンをできるだけ多く買いたい。このとき，ボールペンは何本まで買えるか求めなさい。

ボールペンを x 本買うとすると，
$150x+80(10-x)\leqq 1200$　$150x+800-80x\leqq 1200$
$70x\leqq 400$　$x\leqq\frac{40}{7}=5\frac{5}{7}$
したがって，最大５本買える。

5 本

(3) ２次関数 $y=x^2+mx+16$ のグラフが x 軸に接するとき，定数 m の値を求めなさい。

x 軸に接するとは，x 軸との共有点が１個あるということなので，$D=0$ となればよい。よって，$D=m^2-4\times1\times16=0$　$m^2-64=0$　$m^2=64$　$m=\pm8$

$-8,\ 8$

(4) $y=-x^2$ のグラフを頂点が $(2,\ -3)$ となるように平行移動した放物線の式を求めなさい。

求める放物線の式は $y=-x^2$ を平行移動したものだから，$y=-(x-p)^2+q$ とおける。また，頂点が $(2,\ -3)$ より，$p=2$，$q=-3$ となり，
$y=-(x-2)^2-3=-(x^2-4x+4)-3=-x^2+4x-7$

$y=-x^2+4x-7$

8 全体集合を $U=\{x\mid x$ は25以下の自然数$\}$として，$A=\{4,\ 6,\ 8,\ 12,\ 16,\ 18,\ 20,\ 24\}$，$B=\{2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 9,\ 10,\ 12,\ 15,\ 18,\ 20,\ 24,\ 25\}$とする。次の個数を求めなさい。 〈３点×２〉

(1) $n(\overline{A})$

$n(A)=8$ だから，$n(\overline{A})=25-8=17$

17

(2) $n(A\cup B)$

$n(A)=8$，$n(B)=12$，$n(A\cap B)=5$ だから，
$n(A\cup B)=8+12-5=15$

15

9 次の場合の数を求めなさい。 〈４点×３〉

(1) ６個の果物から５個を選んで１列に並べる並べ方。

「６個から５個選んで１列に並べる並べ方」だから，順列の公式を利用して，
${}_6P_5=6\times5\times4\times3\times2=720$(通り)

720通り

(2) ８人の中から４人のリレーの選手を決めるときの選び方。

「８人から４人を選ぶ選び方」だから，組合せの公式を利用して，
${}_8C_4=\frac{8\times7\times6\times5}{4\times3\times2\times1}=70$(通り)

70通り

(3) １個のさいころを２回投げるとき，目の数の和が４の倍数になる目の出方。

目の数の和が４の倍数だから，Ⓐ４になる場合　Ⓑ８になる場合　Ⓒ12になる場合に分けて考える。
Ⓐ４になる場合，（１回目，２回目）＝(1，3)，(2，2)，(3，1)の３通り。
Ⓑ８になる場合，（１回目，２回目）＝(2，6)，(3，5)，(4，4)，(5，3)，(6，2)の５通り。
Ⓒ12になる場合，（１回目，２回目）＝(6，6)の１通り。
Ⓐ，Ⓑ，Ⓒは同時に起こらないから，和の法則を利用して，3+5+1=9(通り)

9 通り